

## TD6

1. En utilisant la méthode de résidus, calculer les intégrales suivantes:

$$\int_0^{2\pi} \frac{dp}{a - \cos p}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + a^2},$$
$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{1 + x^4}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)^2(x^2 + 2x + 2)}, \quad \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{3 - 2 \cos \theta + \sin \theta}.$$

2. Intégrer la fonction  $f(z) = \frac{\sin z}{z^4}$  le long du cercle  $|z| = 1$ , orienté dans le sens positif.

3. Démontrer que

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2},$$
$$\int_0^{\infty} \sin x^2 dx = \int_0^{\infty} \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}},$$
$$\int_0^{\infty} \frac{x^{p-1}}{1+x} dx = \frac{\pi}{\sin p\pi}, \quad 0 < p < 1.$$