

Méthodes mathématiques pour la physique

27/04/2012

durée de l'examen: 2h

1. Soit ABC le triangle défini par ses trois sommets $A = (-1, 0)$, $B = (1, 0)$, $C = (0, 3)$ dans \mathbb{R}^2 .

- En utilisant la méthode de paramétrisation, calculer l'intégrale curviligne

$$\int_{\gamma} y^2 dx + x dy,$$

où γ note le bord de ABC orienté positivement.

- Vérifier le résultat à l'aide du théorème de Green.

2. Calculer l'aire de la surface $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 1\}$.

3. Déterminer les pôles de la fonction $f(z) = \frac{1 - \cos z}{z \sin z}$ et leurs ordres.

4. En utilisant le théorème des résidus, calculer les intégrales

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + x + 1}{(x^2 + 4)(x^2 + 9)} dx, \quad \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(3 - \cos \theta)^2}.$$