

Méthodes mathématiques pour la physique

session 2

08/06/2010

durée de l'examen: 2h

1. Calculer l'aire d'intersection des deux cercles suivants:

$$(x + 1)^2 + y^2 = 1, \quad x^2 + (y - 1)^2 = 1.$$

2. • Représenter graphiquement le champ $\vec{E} = (x^3 + xy^2)\vec{e}_x + (x^2y + y^3)\vec{e}_y$.
- Calculer l'intégrale curviligne $\int_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{r}$, où γ est le segment qui relie le point $A = (0, 1)$ au point $B = (2, 3)$.
3. Calculer le flux du champ vectoriel $\vec{E} = x^2\vec{e}_x + y^2\vec{e}_y + z^2\vec{e}_z$ à travers la surface de la sphère $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = R^2\}$. Le vecteur normal est orienté vers l'extérieur.
4. • Déterminer l'ordre du pôle de la fonction $f(z) = \frac{1}{z^2 - \sin^2 z}$ en $z = 0$. Calculer le résidu de $f(z)$ en $z = 0$.
- En utilisant la méthode de résidus, calculer les intégrales

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^3}, \quad \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin \theta d\theta}{3 + 2 \sin \theta}.$$