

Méthodes mathématiques pour la physique

04/05/2010

durée de l'examen: 2h

1. Calculer l'aire d'intersection de deux domaines suivants:

$$D_1 = \{x, y : |y| \leq 1 + x^2\} \quad \text{et} \quad D_2 = \{x, y : |x| + |y| \leq 2\}.$$

2. Calculer l'intégrale curviligne $\int_{\gamma} (x + y) dx + x^2 dy$, où γ est le contour fermé composé d'un arc γ_1 de la parabole $y = 2x^2$ qui relie le point $A = (1, 2)$ au point $B = (-2, 8)$ suivi du segment γ_2 qui relie B à A .
3. Calculer le flux du champ vectoriel $\vec{E} = yz \vec{e}_x + xz \vec{e}_y + xy \vec{e}_z$ à travers le triangle ABC avec $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$, $C = (0, 0, 1)$.
4. • Déterminer les pôles de la fonction $f(z) = \frac{1}{e^z - 1}$.

- Calculer l'intégrale $\int_C f(z) dz$ le long du cercle $|z| = 4$, orienté dans le sens positif.
- En utilisant la méthode de résidus, calculer les intégrales

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{(\cos x + 1) dx}{2 \sin x + 4 \cos x + 5}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^3}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x dx}{1 + x^2}.$$