

Méthodes mathématiques pour la physique

session 2

09/06/2009

durée de l'examen: 2h

1. Calculer la masse d'une plaque homogène de densité surfacique σ dont le bord (dans le plan xy) est déterminé par les équations

$$ay = x^2, \quad ax = y^2, \quad a > 0.$$

2. • Représenter graphiquement le champ du gradient $\vec{E} = \nabla f$ avec $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$.
• Calculer l'intégrale curviligne $\int_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{r}$, où γ est le segment qui relie le point $A = (0, 1)$ au point $B = (4, 5)$.
3. Calculer le flux du champ vectoriel $\vec{E} = yz \vec{e}_x + xz \vec{e}_y + xy \vec{e}_z$ à travers la surface de la demi-sphère $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \geq 0\}$.
4. • Déterminer les pôles de la fonction $f(z) = \frac{z}{\sin^2 \pi z}$ et leurs ordres.
• En utilisant la méthode de résidus, calculer l'intégrale

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{3 \cos \theta + 2 \sin \theta + 7}.$$