# Contrôle continu — 28/02/201

1. Trouver la solution de l'équation différentielle
$$xy' + 3y = x^3,$$
vérifiant la condition initiale $y(1) = 1$.

2. Soient $A, S$ deux matrices de taille $2 \times 2$ telles que $A = SA_dS^{-1}$ avec $A_d$ diagonale.
   - Résoudre le système
   $$x\frac{d}{dx}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}.$$
   - Soit $A = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Trouver la transformation diagonalisante $S$ et la solution du système précédent vérifiant les conditions initiales $y_1(1) = 1$, $y_2(1) = 2$.

3. Calculer l'exponentiel matriciel $e^{tA}$ pour $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Soient $y_1(x)$, $y_2(x)$ deux solutions linéairement indépendantes de l'équation de Bessel
$$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0,$$
vérifiant les conditions initiales $y_1(1) = a$, $y_1'(1) = b$, $y_2(1) = c$, $y_2'(1) = d$. Calculer le Wronskien $W(y_1(x), y_2(x))$ pour tout $x$.

5. Calculer l'intégrale
$$\int \frac{xdx}{(x-1)^2(x+5)}.$$

6. Considérons l'intégrale double:
$$\iint_D (x+y)dS,$$
où $D$ est délimitée par $x^2 + y^2 = 1$, $y = x^2$.
   - Dessiner le domaine $D$.
   - Transformer l'intégrale double en une intégrale itérée.
   - Calculer cette intégrale.