

## Méthodes mathématiques pour la physique (contrôle continu du 06/03/2010)

1. Calculer l'intégrale double

$$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy,$$

où  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ vérifiant } |x| + |y| \leq 2\}$ .

2. Calculer l'aire de l'intersection des deux disques  $D_1 = \{(x, y) \mid x^2 + (y - \frac{1}{2})^2 \leq 1\}$  et  $D_2 = \{(x, y) \mid x^2 + (y + \frac{1}{2})^2 \leq 1\}$ .
3. Calculer l'intégrale curviligne  $\int_{\gamma} x dy - y dx$ , où  $\gamma$  est composée du segment  $C_1$  de  $A = (0, 0)$  à  $B = (0, 2)$  suivi de l'arc du cercle  $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ ,  $x \leq 0$  qui relie  $B$  à  $A$  ( $\gamma$  est donc une courbe fermée parcourue dans le sens positif).
4. Calculer l'aire de la portion du plan  $z = 3x + 4y + 5$  contenue à l'intérieur du cylindre  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ .
5. Représenter graphiquement le champ du gradient  $\mathbf{E} = \nabla f$  avec  $f(x, y) = \sin x \sin y$ .