

Méthodes mathématiques pour la physique (contrôle continu du 23/03/2009)

1. Estimer la valeur de l'intégrale $\iint_{x^2+y^2 \leq 2x} \frac{dx dy}{2009 + x + \cos y}$. Argumentez votre réponse.

2. Calculer la masse d'une plaque homogène de densité surfacique σ dont le bord (dans le plan xy) est déterminé par les équations

$$xy = a, \quad x + y = a + 1, \quad a > 0.$$

3. Calculer l'intégrale curviligne $\int_{\gamma} x^2 dy$, où γ est le triangle formé par l'intersection de 3 droites:

$$x = 0, \quad y = 0 \quad \text{et} \quad \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1. \quad \text{Contour } \gamma \text{ est orienté dans le sens positif.}$$

4. Calculer le flux du champ vectoriel $\vec{E} = y\vec{e}_x + (x+y)\vec{e}_y + z^2\vec{e}_z$ à travers la surface de la demi-sphère $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \geq 0$.

5. Représenter graphiquement le champ du gradient $\mathbf{E} = \nabla f$ avec $f(x, y) = \arctg \frac{y-1}{x-2}$.