

Contrôle continu — 10/03/2008

1. Calculer l'intégrale double:

$$\iint_D (x + y) dS,$$

où D est délimitée par $y = x$, $y = x^2$.

2. Une charge électrique est distribuée sur le disque $x^2 + y^2 \leq 4$ selon une densité en (x, y) donnée par $\sigma(x, y) = x + y + x^2 + y^2$. Calculer la charge totale du disque.
3. Calculer l'aire de la portion du plan $z = 2 + 3x + 4y$ au-dessus du rectangle $R = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 4\}$.
4. Représenter graphiquement le champ de gradient de la fonction $f(x, y) = x + y^2$.
5. Calculer l'intégrale curviligne

$$\int_C z dx + x dy + y dz,$$

où a) C est le segment qui relie $(1, 0, 1)$ à $(2, 3, 1)$ b) C est la courbe définie par $x = t$, $y = t^2$, $z = t + 1$, $0 \leq t \leq 1$.

6. En utilisant la méthode de résidus, calculer l'intégrale

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{3 - 2 \cos \theta + \sin \theta}.$$