

Méthodes mathématiques pour la physique

03/04/2013

durée du contrôle: 2h

1. Représenter graphiquement le champ vectoriel

$$\vec{E} = |y| \vec{e}_x - |x| \vec{e}_y.$$

2. Dessiner le domaine $D \subset \mathbb{R}^2$ défini par

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| + |x + y| \leq 2\}$$

3. Soit γ la courbe fermée composée de a) l'arc de la sinusoïde $x = \sin y$ qui relie le point $O = (0, 0)$ au point $P = (1, \frac{\pi}{2})$ et b) le segment qui relie P à O .

- Calculer l'intégrale curviligne $\int_{\gamma} \sin y \, dx + x \, dy$
- Confirmer le résultat à l'aide du théorème de Green.

4. Soit ABC le triangle défini par ses sommets $A = (5, 0, 1)$, $B = (0, 3, 1)$, $C = (0, 0, 3)$.

- Trouver le vecteur \vec{n} , unitaire et normal au plan ABC (le sens de \vec{n} sera fixé par la condition $n_x > 0$).
- Déterminer l'équation du plan ABC.
- Calculer le flux du champ vectoriel

$$\vec{E} = x^2 \vec{e}_x + y^2 \vec{e}_z$$

à travers le triangle ABC.