

## Méthodes mathématiques pour la physique

13/03/2013

durée du contrôle: 2h

1. Calculer les intégrales (en expliquant les différentes étapes de votre calcul)

$$\int \frac{\ln(x+3)}{(x-3)^3} dx, \quad \int x^2 \sin^3 x dx.$$

2. Tracer, sur 2 graphes séparés, les deux courbes suivantes définies paramétriquement:

$$\begin{aligned} \gamma_1 : x(t) &= 2 - t^2, y(t) = t - \frac{1}{2}, t \in [-1, 1]; \\ \gamma_2 : x(t) &= 2 - t^4, y(t) = t^2 - \frac{1}{2}, t \in [-1, 1]. \end{aligned}$$

3. La roue de rayon 1 roule sans glissement sur un cercle de rayon 6, à l'intérieur de ce dernier. Tracer la trajectoire d'un point fixé sur l'extrémité de la roue. Est-elle fermée? Trouver les équations paramétriques de la trajectoire.
4. Représenter graphiquement le domaine  $D$  défini par

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2|x + y| + 2\}.$$

Exprimer l'intégrale double  $\iint_D f(x, y) dx dy$  via des intégrales itérées (simples si possible).  
Calculer l'aire de  $D$ .

5. Calculer l'intégrale triple

$$\iiint_V (|x| + |y| + |z|) dx dy dz,$$

où  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |x| + |y| + |z| \leq 1\}$ .